

# MPSI 14-15 Feuille n° 04 : Calcul d'intégrales et de primitives

Du 26/09/14 au 03/10/14

**Exercice 1.** Déterminer les primitives de : **a)**  $\frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}$  **b)**  $(e^x - 1)^2$  **c)**  $\frac{1}{\sqrt{1+e^x}}$  poser  $u = e^x$   
**d)**  $\frac{\sin^3(x)}{\sqrt{\cos(x)}}$  poser  $u = \cos(x)$  **e)**  $\frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}}$  poser  $u = \sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}$  **f)**  $\frac{x^2+1}{x\sqrt{x^4-x^2+1}}$  poser  $u = x - \frac{1}{x}$

**Exercice 2.** A l'aide d'intégration par parties, déterminer les primitives de :

**a)**  $(x^2 - 1)e^{3x}$  **b)**  $(x^2 - x + 3)\sin(x)$  **c)**  $(x^3 - 1)\operatorname{ch}(x)$   
**d)**  $(x^2 + 1)e^x \cos(x)$  **e)**  $(x \operatorname{sh}(x))^2$  **f)**  $\arcsin(x)$  **g)**  $\ln(x + \sqrt{1+x^2})$   
**h)**  $\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$  **i)**  $\frac{x^3 \ln(x)}{(x^4+1)^2}$  **j)**  $x^2 \ln(x^6 - 1)$  **k)**  $\ln(x^2 + 1)$

**Exercice 3.** Calculer les intégrales suivantes : **a)**  $\int_{-1}^0 \frac{dt}{\sqrt{1+\sqrt{1+t}}}$  (poser  $u = \sqrt{1+\sqrt{1+t}}$ )

**b)**  $\int_0^1 (\arcsin t)^2 dt$  (poser  $u = \arcsin(t)$ ) **c)**  $\int_0^{\ln(2)} \sqrt{e^t - 1} dt$  (poser  $u = e^t$ )

**d)**  $\int_0^1 (1+t^2) \arctan t dt$  (IPP) **e)**  $\int_1^2 (\ln t)^2 dt$  (poser  $u = \ln(t)$ )

**Exercice 4.** Calculer les primitives de :

**a)**  $\frac{1}{x(x^2+1)^3}$  (poser  $u = x^2$  puis transformer la fraction en  $A/u + B/(u+1) + C/(u+1)^2 + D/(u+1)^3$ )  
**b)**  $\frac{x^3}{x^2+2x+2}$  (transformer la fraction en  $Ax + B + (Cx + D)/(x^2 + 2x + 2)$ )  
**c)**  $\frac{1}{(x+1)^5 - x^5 - 1}$  (transformer la fraction en  $A/x + B/(x+1) + (Cx + D)/(x^2 + x + 1)$ )

**Exercice 5.** Trouver les primitives de : **a)**  $\sin^4 x$  **b)**  $\sin^{10} x \times \cos^3 x$  **c)**  $\sin^4 3x \cos^2 3x$  **d)**  $\sin 9x \sin x$

**Exercice 6.** Calculer les intégrales suivantes : **a)**  $\int_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{x^2+1}{x^2}\right) \arctan x dx$  (poser  $u = \frac{1}{x}$ )

**b)**  $\int_0^1 x \arctan x dx$  **c)**  $\int_0^1 \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$  **d)**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin x dx$  (IPP) **e)**  $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{5 \operatorname{sh} x - 4 \operatorname{ch} x}$