

Vous répondrez sur la feuille de notations fournie avec le sujet.

Répondre au questionnaire à choix multiple suivant sachant que chaque question possède au moins une réponse (y compris le choix " Aucune des propositions précédentes n'est valable") et au plus deux. Aucune justification n'est demandée

- donner plus de deux réponses à une question donne 0 sur cette question
- toute bonne réponse apporte 1 point

QCM 2H

Les 4 questions suivantes sont liées

Soit ϕ la fonction définie sur \mathbb{R} par $\phi(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ et g la fonction définie sur $[0, 1]$ par $g(x) = \ln(x + \phi(x))$.

On considère les intégrales : $I = \int_0^1 \frac{dt}{\phi(t)}$, $J = \int_0^1 \frac{t^2}{\phi(t)} dt$ et $K = \int_0^1 \phi(t) dt$

Question 1 – On note ϕ' la dérivée de la fonction ϕ et f' celle de f . On a :

1. $\phi'(x) = \frac{1}{2}\phi(x)$ pour tout x réel
2. $\phi'(x) = \frac{2x}{\phi(x)}$ pour tout x réel
3. $g'(x) = \frac{1}{\phi(x)}$ pour tout $x \in [0, 1]$
4. $g'(x) = \phi(x)$ pour tout $x \in [0, 1]$
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 2 – L'intégrale I est égale à :

1. $\ln\left(\frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$
2. $\ln\left(\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$
3. $\ln(1 - \sqrt{3}) \ln(\sqrt{2})$
4. $\ln(1 + \sqrt{3}) + \ln(\sqrt{2})$
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 3 – Les intégrales I , J et K vérifient :

1. $2I + J = K$
2. $K = 2 - J$
3. $K = \sqrt{3} - J$
4. $I + J = K$
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 4 – On a :

1. $J = \ln\left(\frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$
2. $J = \ln\left(\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$
3. $J = \frac{\sqrt{3}}{2} - \ln\left(\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$
4. $K = \frac{\sqrt{3}}{2} + \ln\left(\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Fin de la série de questions liées

Question 5 – On définit sur \mathbb{R}^2 la relation binaire \mathcal{R} suivante :

$$\forall ((x, y), (x', y')) \in (\mathbb{R}^2)^2, (x, y) \mathcal{R} (x', y') \iff x < x' \text{ ou } (x = x' \text{ et } y \leq y') :$$

1. \mathcal{R} est symétrique
2. \mathcal{R} n'est pas une relation d'ordre
3. l'ensemble $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x + iy| > 1\}$ possède une borne inférieure pour \mathcal{R}
4. l'ensemble $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x + iy| < 1\}$ a un plus petit élément pour \mathcal{R}
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 6 – Soit $n \in \mathbb{N}$ et $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$ tels que : $n = 8a + 1 = 5b + 2$. Soit l'équation diophantienne $(E) : 8x + 5y = 1$ d'inconnues $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$:

1. L'ensemble des solutions de (E) est : $S = \{(5k + 3, 5 - 8k) \mid k \in \mathbb{Z}\}$
2. $n \equiv 15[40]$
3. (a, b) est solution de (E)
4. L'ensemble des solutions de l'équation $(E') : 8x + 5y = 100$ est : $S = \{(500k - 300, 500 - 800k) \mid k \in \mathbb{Z}\}$
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Les 3 questions suivantes sont liées

Soit (G, \top) un groupe ayant 6 éléments : a, b, c, d, f et g (l'un d'eux étant bien sûr l'élément neutre). La table ci-dessous donne quelques informations sur la loi de ce groupe (remarque : on sait que c'est un groupe)

T	a	b	c	d	f	g
a					d	b
b	c		f			
c		f	d			
d				d		
f	d				a	
g			a		c	

Question 7 – Quel est l'élément neutre ? :

1. a
2. b
3. c
4. d
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 8 – On reprend le groupe (G, \top) de la question précédente :

1. Au moins une colonne de la table de groupe possède deux fois l'élément c
2. $c\top b = c\top d$ car c est son propre symétrique
3. $a\top c \neq c\top a$ car (G, \top) n'est pas commutatif
4. Il y a au moins deux éléments de G qui sont leur propre symétrique
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 9 – On reprend le groupe (G, \top) de la question précédente. Que vaut $c\top f$? :

1. a
2. b
3. g
4. Les informations données ne permettent pas de répondre à cette question
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Fin de la série de questions liées

Question 10 – Soit R la fraction rationnelle : $R = \frac{X+1}{(X-1)^2(X-2)(X-3)}$. Quel est le coefficient en $\frac{1}{X-1}$ de R :

1. -3
2. -1
3. 1
4. 2
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 11 – Soit P un polynôme de degré n . La partie entière de la fraction rationnelle : $F = \left(P - \frac{1}{(X-1)^2}\right)^2$ est égale à P^2 :

1. lorsque $n \leq 1$
2. lorsque $n \leq 2$
3. pour tout n
4. lorsque 1 n'est pas racine de P
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 12 – Soit P un polynôme non constant de $\mathbb{C}[X]$. Quel est l'ensemble des pôles de $\frac{P'}{P}$? :

1. l'ensemble des racines de P
2. l'ensemble des racines simples de P
3. l'ensemble des racines multiples de P
4. l'ensemble des pôles de P'
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 13 – Soit $P = (X-1)^3(X-2)^4(X+1)$. Quel est le coefficient en $\frac{1}{X-1}$ de $\frac{P'}{P}$? :

1. -2
2. 1
3. 2
4. 3
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 14 – Soit P un polynôme de $\mathbb{C}[X]$ de degré n et admettant n racines distinctes. Le nombre de polynômes unitaires qui divisent P est :

1. 2^n
2. $n+1$
3. une infinité
4. indépendant du coefficient dominant de P
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Les 3 questions suivantes sont liées

On considère le polynôme : $P = (X + 1)^7 - X^7 - 1$. On note $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$.

Question 15 – Nous avons :

1. j est une racine sixième de l'unité
2. $j^2 + 1 = j$
3. $\forall n \in \mathbb{N}^*, j^{2n} = j$
4. $\exists n \in \mathbb{N}^*, j^{\frac{n}{2}} = 1$
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 16 – Une étude des zéros de P et de P' montre que :

1. j et $\frac{1}{j}$ sont deux zéros de P
2. j et \bar{j} sont deux zéros de P'
3. P admet 6 zéros distincts deux à deux
4. P admet un seul zéro double réel
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 17 – Soient les polynôme Q et R tels que : $P = (X^2 + X + 1)Q + R$ avec $\deg(R) < 2$:

1. $\deg(R) = 0$
2. R est constant
3. $R = X + 1$
4. $R = X + 2$
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Fin de la série de questions liées

Les 9 questions suivantes sont liées

Soit u la fonction définie par $u(0) = 0$ et $\forall x \in \mathbb{R}^*, u(x) = \frac{\ln(\operatorname{ch}(x))}{x}$

Soit f la fonction éfinie par : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \exp(u(x))$.

On notera \mathcal{C}_u et \mathcal{C}_f les courbes représentatives de u et de f

Question 18 – :

1. u est continue sur \mathbb{R} donc f aussi
2. u est continue en 0 mais pas f
3. u et f sont impaires
4. u et f sont paires
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 19 – La fonction ch admet au point 0 un DL à l'ordre 4 de la forme :

$\operatorname{ch}(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \mu x^4 + o(x^4)$ avec :

1. $\beta = \delta = 0$ car ch est impaire
2. $\beta = \frac{1}{2}$ et $\mu = -\frac{1}{24}$
3. $\alpha = 1$ et $\gamma = -\frac{1}{2}$
4. Les DL de \cos et ch en 0 à l'ordre 4 sont identiques

5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 20 – u admet au point 0 un DL à l'ordre 3 de la forme : $u(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + o(x^3)$ avec :

1. $b = d = 0$ car u est paire
2. $b = \frac{1}{2}$ et $c = 0$
3. L'existence de ce DL prouve que u est au moins de classe \mathcal{C}^3 en 0
4. L'existence de ce DL prouve que u est dérivable en 0
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 21 – :

1. Il est possible d'écrire, pour $x \neq 0$, $u(x) = 1 - \frac{\ln(2)}{x} + \frac{1}{x} \ln(1 + e^{-2x})$
2. u admet une limite nulle en $+\infty$
3. u admet une limite infinie en $+\infty$
4. u admet une limite finie en $+\infty$
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 22 – :

1. La courbe \mathcal{C}_u possède une asymptote verticale
2. La courbe \mathcal{C}_u possède deux asymptotes horizontales
3. La courbe \mathcal{C}_u possède deux asymptotes obliques (non parallèles aux axes)
4. La courbe \mathcal{C}_u possède deux branches paraboliques
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 23 – La fonction u est dérivable sur \mathbb{R}^* et $\forall x \in \mathbb{R}^*$, $u'(x) = \frac{Num(x)}{x^2}$ avec :

1. $Num(x) = x \operatorname{th}(x) + \ln(\operatorname{ch}(x))$
2. $Num(x) = x \operatorname{sh}(x) - \operatorname{ch}(x) \ln(\operatorname{ch}(x))$
3. Num admet au voisinage de 0 pour DL à l'ordre 2 : $Num(x) = \frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$
4. u n'étant pas dérivable en 0, \mathcal{C}_u possède en ce point une asymptote verticale
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 24 – :

1. La fonction Num n'est pas prolongeable par continuité sur \mathbb{R}
Si l'assertion précédente est jugée inexacte, alors :
2. La fonction Num ainsi prolongée est dérivable en 0
3. La fonction Num ainsi prolongée est continue et bornée sur \mathbb{R}
4. La fonction Num ainsi prolongée est impaire
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 25 – f admet au point 0 un DL à l'ordre 2 de la forme : $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + o(x^2)$ avec :

1. a_0 , a_1 et a_2 sont tous non nuls car la fonction f n'est ni paire ni impaire
2. $a_0 + a_1 + a_2 = 0$
3. $a_0 = 1$ et $a_2 = \frac{1}{8}$
4. $a_1 = \frac{1}{2}$ et $a_2 = 0$
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 26 – Au point d'abscisse 0, la courbe \mathcal{C}_f admet une tangente d'équation :

1. $y = \frac{1}{2}x + 1$
2. $y = x + 1$
Au voisinage de ce point :
3. \mathcal{C}_f est au dessus de la tangente car $a_2 = \frac{1}{8} > 0$
4. Le DL à l'ordre 2 ne permet pas de conclure quant à la position relative de la courbe et de la tangente
5. Aucune des propositions précédentes n'est valable

Fin de la série de questions liées

GRILLE DE REPONSES

Question	1	2	3	4	5
Question 1					
Question 2					
Question 3					
Question 4					
Question 5					
Question 6					
Question 7					
Question 8					
Question 9					
Question 10					
Question 11					
Question 12					
Question 13					
Question 14					
Question 15					
Question 16					
Question 17					
Question 18					
Question 19					
Question 20					
Question 21					
Question 22					
Question 23					
Question 24					
Question 25					
Question 26					

GRILLE DE REPONSES

Question	1	2	3	4	5	Commentaires
Question 1			✓			
Question 2		✓				
Question 3	✓		✓			
Question 4				✓	✓	
Question 5					✓	
Question 6					✓	
Question 7				✓		
Question 8				✓		
Question 9		✓				
Question 10				✓		
Question 11	✓					
Question 12	✓					
Question 13				✓		
Question 14	✓			✓		
Question 15	✓			✓		
Question 16	✓	✓				
Question 17		✓				
Question 18	✓					
Question 19					✓	
Question 20		✓		✓		
Question 21	✓			✓		
Question 22		✓				
Question 23			✓			
Question 24		✓	✓			
Question 25			✓			
Question 26	✓		✓			