

**Exercice 1.** Trouver les applications continues  $f$  de  $[a, b]$  vers  $\mathbb{R}$  vérifiant :  $\int_a^b f(t)dt = (b-a) \sup_{t \in [a,b]} |f(t)|$

**Exercice 2.** Soit  $f$  une fonction continue de  $[a, b]$  vers  $\mathbb{R}$  telle que :  $\forall x \in [a, b], f(a+b-x) = f(x)$ .

1. Exprimer  $\int_a^b t f(t)dt$  en fonction  $\int_a^b f(t)dt$
2. Calculer  $\int_0^\pi \frac{t}{1 + \sin(t)} dt$

**Exercice 3.** Dérivabilité et dérivée de la fonction définie sur  $[1, \infty[$  par  $g(x) = \int_x^{x^2} \frac{dt}{1 + \ln(t)}$

**Exercice 4.** Calculer les limites des suites de terme général :

1.  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$
2.  $\sum_{k=0}^n \frac{n}{n^2+k^2}$
3.  $\sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^3+8k^3}$
4.  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{4n^2-k^2}}$
5.  $\sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{1}{n^2+k^2}}$
6.  $\frac{1}{n} \sqrt[n]{\prod_{k=1}^n (n+k)}$

**Exercice 5.** Trouver des primitives des fonctions définies par les expressions :

1.  $x^3 e^x$
2.  $\operatorname{ch}(x) \cos(x)$
3.  $x^2 \ln(x)$
4.  $e^x \sin^2(x)$
5.  $x^2 \cos(x)$
6.  $\frac{(x+1) \cos(x)}{\sin^2(x)}$
7.  $\cos(\ln(x))$
8.  $\frac{x^3+x^2}{(x^2+1)^2}$
9.  $\arcsin(x)$
10.  $\arctan(x)$
11.  $(x^2+3) \sin(x)$
12.  $x^2 \operatorname{sh}^2(x)$

**Exercice 6.** En utilisant des changements de variables et en les justifiant, trouver des primitives de :

1.  $\frac{x}{1+x^4}$  ( $t = x^2$ )
2.  $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$  ( $x = \operatorname{sh}(t)$ )
3.  $\frac{1+x}{1+\sqrt{x}}$
4.  $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1+e^x}}$  ( $x = \ln(t)$ )

**Exercice 7.** Trouver des primitives de :

1.  $\frac{x}{(x-1)(x+1)^2}$
2.  $\frac{x+1}{(x^2+4x+5)^2}$
3.  $\frac{x^2-5x+9}{x^2-5x+6}$
4.  $\frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x+3)(x-4)}$
5.  $\frac{1}{(x^2+4x+5)(x^2-4x+3)}$

**Exercice 8.** Calculer les intégrales suivantes en utilisant des changements de variables

1.  $\int_0^1 \sqrt{1-u^2} du$
2.  $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2-x^2} dx$
3.  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$
4.  $\int_3^{29} \frac{(x-2)^{\frac{2}{3}}}{(x-2)^{\frac{2}{3}}+3} dx$
5.  $\int_0^{\ln(2)} \sqrt{e^x-1} dx$
6.  $\int_0^\pi \frac{dt}{3+2\cos(t)}$
7.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+a^2 \sin^2(x)}$
8.  $\int_0^{\ln(5)} \frac{e^x \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx$

**Exercice 9.** Trouver des primitives des fonctions définies par les expressions :

1.  $\sin^4(x)$
2.  $\sin^{10}(x) \cos^3(x)$
3.  $\sin^4(3x) \cos^2(3x)$
4.  $\sin(9x) \sin(x)$
5.  $\frac{1}{3+5\cos(x)}$
6.  $\frac{3\sin(x)+2\cos(x)}{2\sin(x)+3\cos(x)}$
7.  $\frac{1}{3+2\sin(x)+\cos(x)}$
8.  $\frac{1}{\operatorname{sh}(x) \operatorname{ch}^2(x)}$
9.  $\frac{1}{2\operatorname{sh}(x)+3\operatorname{ch}(x)}$
10.  $\sin^5(x)$