

Nom : Prénom :

Résoudre les exercices suivants : (sur 20 pts)

1. (a) Déterminer $(A, B, C) \in (\mathbb{R}_2[X])^3$ vérifiant :

$$\begin{cases} A(-3) = 1 \\ A(1) = 0 \\ A(2) = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} B(-3) = 0 \\ B(1) = 1 \\ B(2) = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} C(-3) = 0 \\ C(1) = 0 \\ C(2) = 1 \end{cases}$$

(b) Vérifier que la famille (A, B, C) est une base de $\mathbb{R}_2[X]$.

(c) On définit l'application u sur $\mathbb{R}[X]$ par :

$$\forall P \in \mathbb{R}[X] \quad , \quad u(P) = P(-3)A + P(1)B + P(2)C$$

Vérifier que u est un endomorphisme de $\mathbb{R}[X]$.

2. Soit $I = \int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$. Que devient I lorsque l'on effectue le changement de variables $u = \sqrt{\frac{1+x}{2}}$?