TP d'informatique n°17

Résolutions approchées d'équations numériques

L'objectif du TP est d'apprendre à construire des graphes avec Python

I) Dichotomie

Ex 1 **:**

1°) Ecrire une fonction dicho de variables une fonction f, des réels a et b et un entier n, qui :
* vérifie que f(a) et f(b) sont de signe contraire
* puis détermine, par la méthode de dichotomie, une valeur approchée à 10^{-n} près d'une racine de f sur cet intervalle.

Tester dicho sur f et chacun de 3 intervalles trouvés au I)

2°) Amélioration de la méthode.

Ecrire une fonction dichothales de mêmes variables que la précédente qui, à la dernière étape, partage l'intervalle [a,b] dans le rapport $\dfrac{|f(a)|}{|f(b)|}$

Comparer avec la méthode précédente grâce au calcul de l'image du résultat obtenu.

II) Newton

Ex 2 **:**

Ecrire une fonction newton de variables les fonctions f et g (= f '), un réel a et le nombre d'itérations n, qui donne (dans le meilleur des cas !) une racine de f « proche de a ».
Tester sur l'exemple précédent avec a = 1, a = -1, a=3, puis a = 0, a = 2 et enfin pour des valeurs proches des deux dernières. Que constate-t-on ?
pour les plus avancés, tracer sur [-2,4] la fonction qui à a associe la racine vers laquelle converge la méthode (en faisant varier le nombre de points)
Rem : comme on n'est pas assuré de la convergence de la méthode, il est plus prudent de faire porter le test d'arrêt sur n ; par contre, si elle converge, la convergence est très rapide, il est donc inutile de prendre des grandes valeurs de n (n = 10 suffit)

Ex 3 **:**

Pour la résolution de $x^p = a$, c'est à dire pour l'extraction de racines p-ièmes cette méthode s'appelle la méthode de Héron d'Alexandrie. Ecrire une fonction heron de variables a , p et n (nombre d'itérations) qui utilise cette méthode.
L'appliquer pour le calcul approchée de $\sqrt{2}$ et comparer le résultat obtenu à la valeur approchée de $\sqrt{2}$.

III) Correction des exercices du cours

1) Appliquer la méthode de Newton pour trouver des solutions de l'équation $x^3 + c\,x + 1 = 0$.

a) Pour c > 0, constater (puis montrer si possible) que la méthode de Newton converge pour tout choix de la valeur initiale.

b) Pour c = 0. Prédire le comportement de la méthode de Newton en partant de u0 = 0.8

c) On prend c = – 1 . La méthode de Newton converge-t-elle ?

2) Appliquer la méthode de Newton pour trouver des solutions de l'équation $x^3 - 1 = 0$. Selon les valeurs initiales, la méthode de Newton fournira la racine 1, j ou j^2 (et, dans certains cas, ne converge pas…). En colorant différemment les points selon le comportement de la méthode de Newton, dresser un graphe illustrant les bassins d'attractions de 1, de j et de j^2.

IV) Retour sur le TP 15 et l'ADS du 17 mars. Cas d'un fichier tabulé

Le fichier Cotation20.32015.txt contient au format texte, les cotations de la bourse du 20 mars. La troisième colonne donne la cotation à l'ouverture, l'avant dernière la cotation à la fermeture et la dernière colonne le nombre d'actions échangées

1) **L**a progression d'une action (ou la baisse) est le rapport entre la différence de valeurs à la fermeture et à l'ouverture, et la valeur à l'ouverture. **C**alculer la moyenne du pourcentage de progression ainsi que le volume des transactions.

2) **E**crire une fonction chiffre_significatif qui à un nombre flottant non nul x donne le premier chiffre non nul de x (Par exemple, elle doit retourner 2 si on lui a donné -0.023)

3) **C**réer la liste "compteur" de longueur 9 et dont le terme d'indice k compte le nombre d'occurrences du chiffre k+1 en tant que premier chiffre significatif dans la liste des valeurs des actions à la fermeture.

4) **E**n faisant de même avec le premier chiffre significatif du nombre de transactions, que constatez-vous ?