

# MPSI 15-16 Feuille n° 04 : Calcul de primitives

Du 29/09/15 au 02/10/15

**Exercice 1.** Déterminer les primitives des fonctions  $f$  définies par  $f(x) = :$

- |   |   |
|---|---|
| 1. $\frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}$        | 4. $\frac{\sin^3(x)}{\sqrt{\cos(x)}}$ poser $u = \cos(x)$                         |
| 2. $(e^x - 1)^2$                            | 5. $\frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}}$ poser $u = \sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}$ |
| 3. $\frac{1}{\sqrt{1+e^x}}$ poser $u = e^x$ | 6. $\frac{x^2+1}{x\sqrt{x^4-x^2+1}}$ poser $u = x - \frac{1}{x}$                  |

**Exercice 2.** A l'aide d'intégration par parties, déterminer les primitives de :

- |                                     |                                 |                                     |
|-------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $(x^2 - 1)e^{3x}$                | 5. $(x \operatorname{sh}(x))^2$ | 9. $\frac{x^3 \ln(x)}{(x^4 + 1)^2}$ |
| 2. $(x^2 - x + 3) \sin(x)$          | 6. $\arcsin(x)$                 | 10. $x^2 \ln(x^6 - 1)$              |
| 3. $(x^3 - 1) \operatorname{ch}(x)$ | 7. $\ln(x + \sqrt{1+x^2})$      | 11. $\ln(x^2 + 1)$                  |
| 4. $(x^2 + 1)e^x \cos(x)$           | 8. $\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$    |                                     |

**Exercice 3.** Calculer les intégrales suivantes :

- |  |  |
|--|--|
| 1. $\int_{-1}^0 \frac{dt}{\sqrt{1+\sqrt{1+t}}}$ (poser $u = \sqrt{1+\sqrt{1+t}}$ ) | 4. $\int_0^1 (1+t^2) \arctan t dt$ (IPP)         |
| 2. $\int_0^1 (\arcsin t)^2 dt$ (poser $u = \arcsin(t)$ )                           | 5. $\int_1^2 (\ln t)^2 dt$ (poser $u = \ln(t)$ ) |
| 3. $\int_0^{\ln(2)} \sqrt{e^t - 1} dt$ (poser $u = e^t$ )                          |  |

**Exercice 4.** Calculer les primitives de :

- |  |
|--|
| 1. $\frac{1}{x(x^2+1)^3}$ (poser $u = x^2$ puis transformer la fraction en $A/u + B/(u+1) + C/(u+1)^2 + D/(u+1)^3$ ) |
| 2. $\frac{x^3}{x^2+2x+2}$ (transformer la fraction en $Ax + B + (Cx + D)/(x^2 + 2x + 2)$ )                           |
| 3. $\frac{1}{(x+1)^5 - x^5 - 1}$ (transformer la fraction en $A/x + B/(x+1) + (Cx + D)/(x^2 + x + 1)$ )              |

**Exercice 5.** Trouver les primitives de :

- |               |                                  |                          |                     |
|---------------|----------------------------------|--------------------------|---------------------|
| 1. $\sin^4 x$ | 2. $\sin^{10} x \times \cos^3 x$ | 3. $\sin^4 3x \cos^2 3x$ | 4. $\sin 9x \sin x$ |
|---------------|----------------------------------|--------------------------|---------------------|

**Exercice 6.** Calculer les intégrales suivantes :

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\int_{\frac{1}{2}}^2 \left( \frac{x^2+1}{x^2} \right) \arctan x dx$<br>(poser $u = \frac{1}{x}$ ) | 2. $\int_0^1 x \arctan x dx$             | 4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin x dx$ (IPP)                           |
|   | 3. $\int_0^1 \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$ | 5. $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{5 \operatorname{sh} x - 4 \operatorname{ch} x}$ |