

**TP d'informatique (Python) n°4**
**" Boucles, instructions conditionnelles "**
**But du TP**

- Ecrire les premières structures conditionnelles et les premières instructions itératives
- Comprendre les instructions et la syntaxe **if** et **for**.
- Pour les plus rapides : découverte de la structures **while**

Vous penserez à **sauvegarder régulièrement** votre travail dans un fichier dans votre espace personnel. Pour le nom de fichier, n'utilisez ni accent, ni espace, ni caractères spéciaux (autres que `_`) : en effet, certains projets nécessitent l'ouverture de fichiers que l'on aura écrits au préalable : or cet appel peut s'avérer délicat si le nom de ce fichier possède des caractères "non habituels"

**A. Quelques exercices de boucles et structures conditionnelles**

1. Ecrire des séquences d'instructions qui, étant donné un entier  $n$  naturel (qu'on supposera bien de type `int` et positif), calcule sa **factorielle**. Calculer  $30!$  et déterminer les 3 premiers chiffres de  $400!$
2. En utilisant la boucle précédente, ou en utilisant la fonction **factorial()** du module **math**, écrire une boucle permettant de calculer la somme des factorielles de tous les entiers  $n$  impairs compris entre 5 et 21.
3. Ecrire une boucle permettant de calculer la somme des 100 premiers termes de la suite définie par  $\frac{(-1)^n}{2n+1}$
4. Ecrire une séquence d'instructions qui, étant donnée une année  $n$  (un entier), affecte à la variable **bissextile** le booléen `True` si l'année  $n$  est bissextile et le booléen `False` sinon. On rappelle que l'année  $n$  est bissextile si  $n$  est un multiple de 400 ou s'il s'agit d'une année non séculaire multiple de 4.

**B. Calcul du n-ième terme d'une suite**

On considère la suite définie par son premier terme  $u_0 = 1$  et la relation de récurrence

$$u_{n+1} = \frac{u_n(6 - u_n^2)}{4}$$

1. Que valent  $u_1$ ,  $u_{20}$ ,  $u_{100}$  ? Qu'en conjecturez-vous ?
2. Tracer le nuage de points  $\{(n, u_n); n \in \llbracket 0, 20 \rrbracket\}$ .
3. Effectuer le même travail avec la suite définie par :  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = u_n + \frac{(-1)^n}{n+1}$

### C. Etude d'une suite

On considère la suite définie par son premier terme  $u_0 = 42$  et la relation de récurrence  $u_{n+1} = 15091 u_n \pmod{64007}$

1. Que valent  $u_1, u_{100}, u_{100\,000}$  ?
2. Compter le nombre d'entiers  $n \leq 10^7$  vérifiant les conditions suivantes :
 

a) $u_n$ est pair	b) $u_n$ vaut 2
c) $u_n$ est inférieur à 1000	d) $u_n \pmod 3 = 1$
e) $u_n \pmod 3 = 1$ et $u_n \leq 1000$	f) $n$ est pair et $u_n \leq 1000$

### E. Multiplication égyptienne

On veut effectuer le produit d'entiers  $a$  par  $b$ .  
 Si  $b$  est pair, on divise  $b$  par 2 et on multiplie  $a$  par 2.  
 Si  $b$  est impair, on retranche 1 à  $b$  (qui de vient pair) et on ajoute  $a$  au résultat.  
 On recommence jusqu'à ce que  $b$  soit égal à 1.

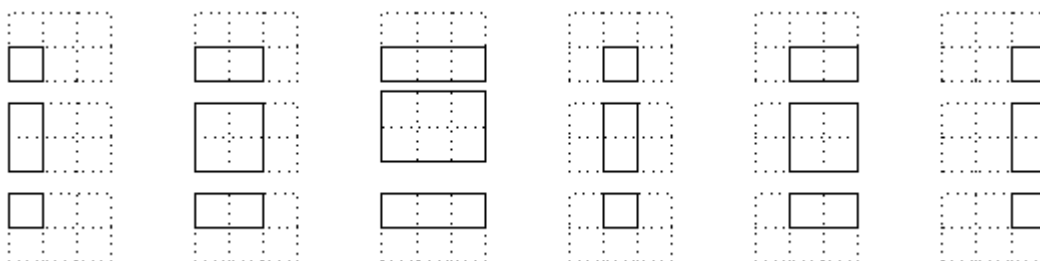
Ex :  $17 \times 30 = 34 \times 15 = 34 \times 14 + 34 = 68 \times 7 + 34 = 68 \times 6 + 102 = 136 \times 3 + 102$   
 $\phantom{Ex : } = 136 \times 2 + 238 = 272 \times 1 + 238 = 510$

Ecrire des séquences d'instructions qui, étant donnés les entiers  $a$  et  $b$ , donnent la liste des opérations effectuées

### F. Autres exercices

1. Calculer la somme de tous les entiers  $k$  compris entre 1 et 1000 qui sont multiples de 3 ou de 5.
2. Quel est le plus grand nombre entre  $63238182^{51806721}$  et  $52443452^{52580236}$
3. Les nombres triangulaires  $T_n$ , pentagonaux  $P_n$  et hexagonaux  $H_n$  sont définis par :  
 $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$  (on trouve 1, 3, 6, 10, 15, ...),  $P_n = \frac{n(3n-1)}{2}$  (on trouve 1, 5, 12, 22, 35, ...) et  $H_n = n(2n-1)$  (on trouve 1, 6, 15, 28, 45 ...). Il est possible de vérifier que  $T_{285} = P_{165} = H_{143} = 40755$ .  
 Trouver le nombre suivant qui soit à la fois triangulaire, pentagonal et hexagonal (il est supérieur à  $10^9$ ...)

4. Dans une grille de taille  $2 \times 3$  on peut positionner 18 rectangles :



Il n'est pas possible de trouver de grille contenant exactement 2 000 000 (2 millions) de rectangles. Calculer cependant les dimensions d'une grille qui s'en approche le plus.