

DEVOIR D'INFORMATIQUE N° 1 (2 HEURES)

Ce devoir est constitué de plusieurs petits exercices. L'ordre des exercices ne correspond à aucun critère de difficulté ou de longueur : vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous voulez. Veillez à soigner la copie tant pour l'écriture, la propreté que pour la rédaction, la rigueur et l'argumentation. De plus, on prêtera une attention particulière au respect des alignements et des indentations des séquence d'instructions Python. La calculatrice est autorisée.

Vous numéroterez vos copies et ferez apparaître clairement sur la première page le nombre de copies.

Exercice 1

On rappelle qu'en base 8, on utilise les chiffres de 0 à 7, et qu'en base 16, on utilise les chiffres usuels (de 0 à 9) ainsi que les "chiffres" A, B, C, D, E et F qui représentent respectivement 10, 11, ... 15.

1. Convertir en binaire, en octal (i.e. en base 8), en hexadécimal (base 16), les nombres n , m et p suivants (qui sont écrits en base 10) : $n = 954$, $m = 1324$ et $p = 3027$.
2. Convertir en décimal les nombres suivants : 1011101101_{bin} , 326_{oct} et $1AB5_{hex}$.
3. Calculer la somme et le produit des nombres binaires 1011101 et 11101101 . On fera apparaître les calculs sur la copie et on restera en binaire ...
4. Calculer (en faisant apparaître les calculs sur la copie et en restant dans la base indiquée) : $1A9_{hex} + D8_{hex}$, $1070_{oct} - 542_{oct}$ et $1070_{oct} \times 542_{oct}$.

Exercice 2

On suppose que notre machine numérique écrit les nombres entiers en binaire sur 8 bits uniquement.

1. Donner les algorithmes (écrits en français) pour calculer $N \times 2$, $N \bmod 8$ et $N//4$ (où $//$ est la division entière). Ces algorithmes ne doivent faire intervenir aucune opération arithmétique. Indiquer pour chacun, le nombre de bits qui sont nécessaires pour le résultat de chaque calcul.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant

N écrit en base 10	N écrit en binaire	$N \times 2$ écrit en binaire	$N//4$ écrit en binaire	$N \bmod 8$ écrit en binaire
5	0000 0101			
28	0001 1100			
35	0010 0011			

Exercice 3

Quelles sont les valeurs finales de a , b , c et d à la fin des instructions suivantes ?

1.

```

1 a = 39
2 b = 5
3 c = a/b
4 d = a % b
5 a = a//b
6 b = a//b

```

2.

```

1 a = -2
2 b = 3
3 c = a
4 for a in range(1,7):
5     b = a + b + c
6     if a % 4 == 0:
7         d = b

```

Exercice 4

1. Quel est l'écriture décimale du nombre réel dont l'écriture binaire est 1101.011 où le "." représente la "virgule binaire" ?

- Donner l'écriture binaire (infinie périodique ...) du nombre décimal 0,2 (ici la "," est la virgule décimale). En déduire l'écriture binaire du nombre 2060,2.
- Si on ne retient que les 16 premiers chiffres de la décomposition binaire de 0,2, quel est le nombre décimal exact ainsi représenté ? Même question avec 2060,2.

Exercice 5

Ecrire un algorithme (en Python, ou, éventuellement, en pseudo-code) permettant d'afficher, dans l'ordre demandé, les $3n^3$ pour les entiers n multiples de 5 décroissants de 35 à 5.

Exercice 6 Un agence de location de véhicules propose les formules de location suivantes :

Une formule A qui propose une location de véhicule pour 33 euros loué une journée et un nombre de km inclus de 200 km. Si le loueur a roulé plus de 200km, il devra régler un supplément de 0.20 euro par km excédant 200.

On a également des formules B et C dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau suivant

Formule	Forfait	Nombre de jours inclus	Nombres de km inclus	Prix du km supplémentaires
A	33	1	200	0.20
B	85	2	500	0.18
C	140	5	700	0.16

- Un client prend une des 3 formules pour la durée incluse dans le forfait. Ecrire un algorithme (en Python ou Pseudo-code) permettant de calculer le prix payé par le client selon le nombre de km parcourus et le forfait choisi
- Un client veut louer un véhicule pendant 2 jours. Ecrire un algorithme permettant de déterminer selon le nombre de km parcourus, s'il est plus avantageux pour le client de choisir une Formule B ou 2 Formules A.
- Un client veut louer un véhicule pendant 4 jours. Ecrire un algorithme permettant de déterminer selon le nombre de km parcourus, s'il est plus avantageux pour le client de choisir une Formule C ou 2 Formules B ou 4 Formules A ou 2 Formules A avec 1 Formule B. Remarque : lors d'un couplage de formules, le prix pour les km supplémentaires est celui correspondant à la formule la plus avantageuse

Exercice 7

Ecrire un algorithme (en Python) qui, dans une liste L de nombres, affecte aux variables **V1** et **V2**, le nombre d'éléments de la liste L qui sont multiples de 5 (pour **V1**) et la somme des éléments de L qui sont inférieurs ou égaux à 6 (pour **V2**).

Exercice 8

Ecrire un algorithme (en Python) qui détermine le plus petit entier naturel N tel que la somme des racines carrées des N premiers entiers naturels soit supérieure ou égale à 100.

Exercice 9 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n + 1}$

- Ecrire une séquence d'instructions Python permettant de calculer une valeur approchée de u_{20}
- On admet que la suite converge et que sa limite se trouve toujours entre deux termes consécutifs de la suite.
Ecrire une séquence d'instructions Python permettant de déterminer le plus petit entier n pour lequel u_n est une valeur approchée à 10^{-6} près, ainsi que cette valeur approchée.

CORRECTION

Exercice 1 : Décomposition des entiers en une base quelconque

On rappelle qu'en base 8, on utilise les chiffres de 0 à 7, et qu'en base 16, on utilise les chiffres usuels (de 0 à 9) ainsi que les "chiffres" A, B, C, D, E et F qui représentent respectivement 10, 11, ... 15.

- $954 = 1110111010_{bin} = 1\ 110\ 111\ 010_{bin} = 1672_{oct} = 11\ 1011\ 1010_{bin} = 3BA_{hex}$
 $1324 = 10100101100_{bin} = 2454_{oct} = 52C_{hex}$
 $3027 = 101111010011_{bin} = 5723_{oct} = BD3_{hex}$
- $1011101101_{bin} = 749, 326_{oct} = 214$ et $1AB5_{hex} = 6837$.
- $1011101 + 11101101 = 101001010$ et $1011101 \times 11101101 = 101011000011001$.
- $1A9_{hex} + D8_{hex} = 281_{hex}$, $1070_{octal} - 542_{octal} = 326_{octal}$ et $1070_{octal} \times 542_{octal} = 610560_{octal}$

Exercice 2

On suppose que notre machine numérique écrit les nombres entiers en binaire sur 8 bits uniquement.

- $N \times 2$ correspond à l'opération "décaler d'un cran vers la gauche" ,
 $N \bmod 8$ correspond à l'opération "ne garder que les 3 derniers bits" et
 $N//4$ à l'opération "décaler de deux crans vers la droite"
- Reproduire et compléter le tableau suivant

N écrit en base 10	N écrit en binaire	$N \times 2$ écrit en binaire	$N//4$ écrit en binaire	$N \bmod 8$ écrit en binaire
5	0000 0101	0000 1010	0000 0001	0000 0101
28	0001 1100	0011 1000	0000 0111	0000 0100
35	0010 0011	0100 0110	0000 1000	0000 0011

Exercice 3 Quelles sont les valeurs finales de a, b, c et d à la fin des instructions suivantes ?

- Après les instructions : $a = 39$; $b = 5$; $c = a/b$; $d = a\%b$; $a = a//b$; $b = a//b$; on trouve
 $a = 7$, $b = 1$, $c = 7.8$, $d = 4$
- $a = 6$, $b = 12$, $c = -2$, $d = 5$

Exercice 4

- $1101.011_{bin} = \frac{107}{8} = 13,375$
- $0,2 = 0.0011\ 0011\ 0011\ \underline{0011}\ \dots$ et donc $2060,2 = 1000\ 0000\ 1100.0011\ 0011\ 0011\ \underline{0011}\ \dots$
- Si on ne retient que les 16 premiers chiffres de la décomposition binaire,
on assimile 0,2 à $0.001\ 1001\ 1001\ 1001_{bin} = \frac{6553}{32768} = 0,199\ 9816\ 8945\ 3125$ exactement.
 De même, **on assimile 2060,2 à $1000\ 0000\ 1100.0011_{bin} = 2060,1875$**

Exercice 5entiers n multiples de 5 décroissants de 35 à 5

```

1 for n in range(35,0,-5):
2     print(3 * n**3)

```

Exercice 6

```

1 def prix(Formule, km):
2     if Formule == 'A':
3         res = 33
4         if km > 200 :
5             res += (km - 200) * 0.2
6     elif Formule == 'B':
7         res = 85
8         if km > 500 :
9             res += (km - 500) * 0.18
10    elif Formule == 'C':
11        res = 140
12        if km > 700 :
13            res += (km - 700) * 0.16
14    return(res)

```

```

1 def mini2jour(km):
2     prixA = 33 + prix('A', km -200)
3     prixB = prix('B', km)
4     if prixA > prixB :
5         print('Formule A ', prixA)
6     else :
7         print('Formule B ', prixB)

```

```

def mini4jour(km):
    prixC = int(prix('C', km))
    prixB = int(85 + prix('B', km-500))
    prixA = int(3*33 + prix('A', km
        -600))
    prixAB = int(2*33 + prix('B', km
        -400))
    L1 = [prixA, prixAB, prixB, prixC]
    L2 = ['4 fois A', '2 fois A + B', '
        2 fois B', 'C']
    leader = 0
    for k in range(4):
        if L1[k] < L1[leader] :
            leader = k
    print('pour ', km, ' km , choisir '
        , L2[leader])

```

Exercice 7 On suppose que L est une liste donnée de nombres

```

1 V1 = 0
2 V2 = 0
3 for x in L:
4     if x%5 == 0 :
5         V1 += 1
6     if x <= 6:
7         V2 += x
8 print(V1, V2)

```

Exercice 8Algorithme Python qui détermine le plus petit entier naturel N tel que la somme des racines carrées des N premiers entiers naturels soit supérieure ou égale à 100.

```

1 N = 0
2 s = 0
3 while s < 100 :
4     N += 1
5     s += N**0.5
6 print(N, s)

```

Exercice 9 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n + 1}$

```

1 u = 1
2 for k in range(1, 21) :
3     u = (u + 2) / (u + 1)
4 print(k, u)

```

```

1 u, n = 1, 0
2 v = (u + 2) / (u + 1)
3 while abs(u-v) > 10**(-6) :
4     z = v
5     v = (v+2)/(v+1)
6     u = z
7     n = n+1
8 print(n, u, v)

```