Vous répondrez sur la feuille de notations fournie avec le sujet.
Répondre au questionnaire à choix multiple suivant sachant que chaque question possède au moins une réponse (y compris le choix " Aucune des propositions précédentes n'est valable")et au plus deux. Aucune justification n'est demandée

- donner plus de deux réponses à une question donne 0 sur cette question
- toute bonne réponse apporte 4 points
- toute mauvaise réponse enlève 1 point
- Vous n'êtes pas obligés de répondre à toutes les questions : seules les 30 premières croix de la grille seront prises en compte

QCM 1 (2H)

Les 3 questions suivantes sont liées

Soit $(G, \top)$ un groupe ayant 6 éléments : a, b, c, d, f et g (l'un d'eux étant bien sûr l'élément neutre). La table ci-dessous donne quelques informations sur la loi de ce groupe (remarque : on sait que c'est un groupe)

$\top$	a	b	c	d	f	g
a	c					f
b				g	c	
c			c			
d	b				a	
f		c			b	
g	f	a				

Question 1 – Quel est l'élément neutre ? :

a) a **b)** b **c)** c **d)** d

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 2 – On reprend le groupe $(G, \top)$ de la question précédente :

a) Au moins une colonne de la table de groupe possède deux fois l'élément a
b) $a \top b = a \top d$ car a est son propre symétrique
c) $a \top b \neq b \top a$ car $(G, \top)$ n'est pas commutatif
d) Il y a au moins deux éléments de G qui sont leur propre symétrique
e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 3 – On reprend le groupe $(G, \top)$ de la question précédente. Que vaut $a \top d$? :

a) f **b)** b **c)** g

d) Les informations données ne permettent pas de répondre à cette question
e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Fin de la série de questions liées

Les 3 questions suivantes sont liées

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 0$ et la relation : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \cos(u_n)$

Question 4 – :

a) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante sur $[0,1]$ car la fonction cos est décroissante sur cet intervalle

b) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée car la fonction cos est minorée

c) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\cos(1) \leqslant u_n \leqslant 1$

d) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente car elle est décroissante et minorée

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 5 – :

a) Il existe $k \in]0,1[$ tel que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $|u_{n+2} - u_{n+1}| \leqslant k\,|u_{n+1} - u_n|$

b) Il existe $k \in]0,1[$ tel que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $|u_{n+2} - u_{n+1}| = k\,|u_{n+1} - u_n|$

c) La suite $(|u_{n+1} - u_n|)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique

d) Il existe $k \in]0,1[$ tel que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $|u_{n+2} - u_{n+1}| \leqslant k^n$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 6 – :

a) La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\arccos\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)$

b) La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge car l'équation $\cos(x) = x$ possède une et une seule solution.

c) Les suites $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ sont adjacentes

d) La suite $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Fin de la série de questions liées

Question 7 – Soit E un ensemble, f et g deux applications de E vers lui-même. Alors : :

a) Si $f \circ g$ est une bijection alors $g \circ f$ est aussi une bijection.

b) Si $f \circ g$ et $f \circ g \circ f$ sont deux bijections alors $g \circ f \circ g$ est aussi une bijection.

c) Si f est une injection et g est une surjection alors $g \circ f$ est aussi une bijection.

d) Si f est une surjection et g est une injection alors $g \circ f$ est aussi une bijection.

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 8 – Soit E un ensemble, A et B deux parties de E, f une application de E vers lui-même. Alors : :

a) $f^{-1}(f(A)) \subset f\left(f^{-1}(A)\right)$

b) $f\left(f^{-1}(A)\right) \subset f^{-1}(f(A))$

c) Aucune des relations vues en a) et b) ne peut être vraie car on ne peut pas comparer, pour l'inclusion, des images directes et des images réciproques

d) Si $f(A) \bigcap f(B) \subset f\left(A \bigcap B\right)$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Les 4 questions suivantes sont liées

On considère la fonction de variable réelle x définie par :
$f(x) = \arcsin\left(\dfrac{2x}{1+x^2}\right) - \arctan\left(\dfrac{2x}{1-x^2}\right)$.

Question 9 – On a :

- **a)** f est définie sur $]-1, 1[$ seulement
- **b)** f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ seulement
- **c)** f est paire car la composée de deux fonctions impaires est paire
- **d)** f est impaire car la somme de deux fonctions impaires est impaire
- **e)** Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 10 – On a :

- **a)** f est bornée
- **b)** f est prolongeable par continuité en 1
- **c)** f admet $\dfrac{\pi}{2}$ pour limite en $+\infty$
- **d)** f admet 0 pour limite en $+\infty$
- **e)** Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 11 – Pour $x \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, on pose $\phi = \arctan(x)$:

- **a)** $f(x) = \arcsin(\sin(2\phi)) - \arctan(\tan(2\phi))$
- **b)** si $u \in \left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$, $\arcsin(\sin(u)) = \pi + u$
- **c)** si $u \in \left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$, $\arctan(\tan(u)) = -u$
- **d)** si $x \in [0, 1[$, $f(x) = 0$
- **e)** Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 12 – Sur $]1, +\infty[$, on a :

- **a)** f est dérivable
- **b)** $f'(x) = \dfrac{2}{1+x^2}$
- **c)** $f'(x) = -\dfrac{2}{1+x^2}$
- **d)** $f(x) = \pi - 2\arctan(x)$
- **e)** Aucune des propositions précédentes n'est valable

Fin de la série de questions liées

Les 8 questions suivantes sont liées

On considère l'équation différentielle (E) : $2y''(x) - 3y'(x) + y(x) = 0$. Soient f et g les fonctions définies par : $f(x) = e^{x/2} - e^x$ et $g(x) = \ln|f(x)|$

Question 13 – On désigne par A et B deux constantes réelles. La solution générale de l'équation (E) est de la forme :

- **a)** $y(x) = A\,e^{-x/2} + B\,e^x$
- **b)** $y(x) = A\,e^{-x/2} + B\,e^{-x}$
- **c)** $y(x) = A\,e^{x/2} + B\,e^{-x}$
- **d)** $y(x) = A\,e^{2x} + B\,e^x$
- **e)** Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 14 – La fonction f :

a) est définie uniquement sur $\mathbb{R}_+^*$

b) est indéfiniment dérivable sur $\mathbb{R}$

c) a pour limite 0 lorsque x tend vers $+\infty$

d) a pour limite $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 15 – La fonction f :

a) est toujours positive

b) est toujours négative

c) ne s'annule jamais sur $\mathbb{R}$

d) est positive ou nulle sur $\mathbb{R}^+$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 16 – La fonction g :

a) est définie sur $\mathbb{R}$ car f est définie sur $\mathbb{R}$

b) n'est définie que sur $\mathbb{R}_+^*$

c) est définie sur $\mathbb{R}^*$

d) est égale à $\ln(f(x))$ car f est toujours positive

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 17 – La fonction g a pour limite :

a) 0 lorsque x tend vers $+\infty$

b) $-\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$

c) 0 lorsque x tend vers 0

d) $-\infty$ lorsque x tend vers $-\infty$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 18 – La fonction g :

a) n'est pas dérivable sur $\mathbb{R}^*$

b) a pour dérivée la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g'(x) = \ln|f'(x)|$

c) a pour dérivée la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g'(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$

d) a pour dérivée la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g'(x) = \dfrac{1}{f(x)}$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 19 – La fonction g vérifie que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}_+^*$:

a) $g(x) - x = \ln\left(1 - e^{x/2}\right)$

b) $g(x) - x = \ln\left(1 - e^{-x/2}\right)$

c) $g(x) = x + \ln\left(1 + e^{-x/2}\right)$

d) $g(x) - x = \ln\left(e^{x/2} - 1\right)$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 20 – La courbe représentative $\mathscr{C}_g$ de la fonction g :

a) n'admet pas d'asymptote

b) admet une asymptote oblique d'équation $y = x$

c) admet une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{x}{2}$

d) admet une asymptote oblique d'équation $y = \dfrac{-x}{2}$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Fin de la série de questions liées

Les 3 questions suivantes sont liées

Soit $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | \, k \in \mathbb{Z} \right\}$. Soit f la fonction définie sur D par : $f(x) = e^x \tan(x)$.
On note (E) l'équation $f(x) = 1$.
On note enfin I_n l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{2} + n\pi, \frac{\pi}{2} + n\pi \right[$ pour tout n entier naturel.

Question 21 – La fonction f :

a) a pour dérivée la fonction f' définie sur D par $f'(x) = e^x \left(1 + \tan^2(x)\right)$
b) a pour dérivée la fonction f' définie sur D par $f'(x) = e^x \left(1 + x^2 + \tan(x)\right)$
c) a pour dérivée la fonction f' définie sur D par $f'(x) = e^x \left(1 + \tan(x) + \tan^2(x)\right)$
d) a pour dérivée la fonction f' définie sur D par $f'(x) = e^x \left(1 + 2\tan(x)\right)$
e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 22 – La fonction f est :

a) strictement croissante et positive sur l'intervalle I_n
b) strictement croissante et positive sur l'intervalle $\left[n\pi, \frac{\pi}{2} + n\pi \right[$ comme produit de deux fonctions strictement croissantes et positives sur cet intervalle
c) strictement décroissante et négative sur l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{2} + n\pi, n\pi \right[$
d) strictement décroissante sur l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{2} + n\pi, n\pi \right[$ et strictement croissante $\left[n\pi, \frac{\pi}{2} + n\pi \right[$
e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 23 – L'équation (E) :

a) n'admet pas de solution dans l'intervalle I_n
b) admet au moins deux solutions dans l'intervalle I_n
c) admet une solution unique x_n dans l'intervalle, qui appartient, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, à l'intervalle $\left[n\pi, \frac{\pi}{2} + n\pi \right[$
d) admet une solution x_n dans l'intervalle I_n et on a : $x_n - n\pi \sim e^{-n\pi}$
e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Fin de la série de questions liées

Les 6 questions suivantes sont liées

Pour $n \in \mathbb{N}$, on définit la fonction f_n sur $\mathbb{R}_+^*$ par : $f_n(x) = \frac{x^n \ln(x)}{x^2 - 1}$ si $x \neq 1$ et $f_n(1) = k_n$ où k_n est un réel fixé .

Question 24 – Le développement limité de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$ à l'ordre 3 au voisinage de 0 s'écrit :

a) $\ln(1+x) = 1 + x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \circ\left(x^3\right)$
b) $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \circ\left(x^3\right)$
c) $\ln(1+x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \circ\left(x^3\right)$
d) $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \circ\left(x^3\right)$
e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 25 – Le développement limité de la fonction $u \mapsto \frac{1}{2+u}$ à l'ordre 2 au voisinage de 0 sécrit :

a) $\dfrac{1}{2+u} = 1 - \dfrac{u}{2} + \dfrac{u^2}{4} + \circ\left(u^2\right)$

b) $\dfrac{1}{2+u} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{u}{4} + \dfrac{u^2}{8} + \circ\left(u^2\right)$

c) $\dfrac{1}{2+u} = -\dfrac{u}{4} + \dfrac{u^2}{8} + \circ\left(u^2\right)$

d) $\dfrac{1}{2+u} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{u}{4} + \circ\left(u^2\right)$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 26 – Le développement limité de la fonction f_0 à l'ordre 2 au voisinage de 1 sécrit :

a) $f_0(x) = 1 - \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{5}{12}(x-1)^2 + \circ\left((x-1)^2\right)$

b) $f_0(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{5}{12}(x-1)^2 + \circ\left((x-1)^2\right)$

c) $f_0(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{2x-1}{4} + \dfrac{10x^2-9x+3}{24} + \circ\left(x^2\right)$

d) $f_0(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{x}{2} + \dfrac{5x}{12} + \circ\left(x^2\right)$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 27 – Pour tout entier n strictement positif, on a :

a) $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad f_n(x) = f_0(x)$

b) $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad f_n(x) = x^n\, f_1(x)$

et le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 1 de la fonction $x \mapsto x^n$ est alors

c) $x^n = 1 + nx + \dfrac{n(n-1)}{2}x^2 + \circ\left(x^2\right)$

d) $x^n = 1 + n(x-1) + \dfrac{n(n-1)}{2}(x-1)^2 + \circ\left((x-1)^2\right)$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 28 – Pour $n \in \mathbb{N}^*$, le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 1 de f_n est :

a) $f_n(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{n-1}{2}(x-1) + \dfrac{3n^2-9n+5}{12}(x-1)^2 + \circ\left((x-1)^2\right)$

b) $f_n(x) = 1 + \dfrac{n-1}{2}(x-1) + \dfrac{3n^2-9n+5}{12}(x-1)^2 + \circ\left((x-1)^2\right)$

c) $f_n(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{n-1}{2}(x-1) + \dfrac{3n^2-9n+5}{12}(x-1)^2 + \circ\left((x-1)^2\right)$

d) $f_n(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{n-1}{2}x + \dfrac{3n^2-9n+5}{12}x^2 + \circ\left(x^2\right)$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Question 29 – Pour que, pour $n \in \mathbb{N}^*$, f_n soit continue sur $\mathbb{R}_+^*$, il faut poser :

a) $k_n = 1$

b) $k_n = \dfrac{n}{2}$

c) $k_n = \dfrac{1}{2}$

d) $k_n = -\dfrac{1}{2}$

e) Aucune des propositions précédentes n'est valable

Fin de la série de questions liées

GRILLE DE REPONSES

Question	a	b	c	d	e
Question 1					
Question 2					
Question 3					
Question 4					
Question 5					
Question 6					
Question 7					
Question 8					
Question 9					
Question 10					
Question 11					
Question 12					
Question 13					
Question 14					
Question 15					
Question 16					
Question 17					
Question 18					
Question 19					
Question 20					
Question 21					
Question 22					
Question 23					
Question 24					
Question 25					
Question 26					
Question 27					
Question 28					
Question 29					

GRILLE DE REPONSES

Question	a	b	c	d	e	Commentaires
Question 1			✔			
Question 2				✔		
Question 3		✔				
Question 4		✔	✔			
Question 5	✔			✔		
Question 6			✔	✔		
Question 7		✔				
Question 8		✔				
Question 9		✔		✔		
Question 10	✔			✔		
Question 11	✔			✔		
Question 12	✔					
Question 13				✔		
Question 14		✔				
Question 15					✔	
Question 16			✔			
Question 17				✔		
Question 18					✔	
Question 19		✔				
Question 20		✔	✔			
Question 21			✔			
Question 22		✔				
Question 23			✔	✔		
Question 24				✔		
Question 25					✔	
Question 26		✔				
Question 27				✔		
Question 28			✔			
Question 29			✔			